8. Klasse TOP 10 Grundwissen	8
Wahrscheinlichkeiten, Laplace-Experimente	**05**

Zufallsexperimente lassen sich beschreiben durch Aufzählen aller möglichen Versuchsausgänge. Diese bilden den **Grundraum** Ω.
Beispiel: Herr A und Frau B betreten im Untergeschoß eines Kaufhauses den Aufzug und wählen ihr Ziel (Erdgeschoß, 1., 2. oder 3. Stock). Das Ergebnis „Herr A möchte in den 2. Stock, Frau B ins Erdgeschoß“ könnte notiert werden als $(2, 0)$ oder als 20; der Grundraum ist

$$\Omega = \{00, 01, 02, 03,\\ 10, 11, 12, 13,\\ 20, 21, 22, 23,\\ 30, 31, 32, 33\}.$$

Anzahl der Elemente von Ω: $|\Omega| = 16$.
Ereignisse sind Teilmengen von Ω.
In obiger Situation z. B.
E_1 = „Herr A möchte in den 2. Stock“ $= \{20, 21, 22, 23\}$
E_2 = „Frau B möchte in den 2. Stock“ $= \{02, 12, 22, 32\}$
E_3 = „ Herr A und Frau B möchten ins gleiche Stockwerk“ $= \{00, 11, 22, 33\}$
E_4 = „Herr A steigt vor Frau B aus“ $= \{01, 02, 03, 12, 13, 23\}$
E_5 = „Herr A möchte in den 2. Stock, Frau B ins Erdgeschoß“ $= \{20\}$
Gegenereignis „nicht E“, Schreibweise $\overline{E}$,
z. B. $\overline{E_4}$ = „Herr A steigt nicht vor Frau B aus, d. h. A nach B oder A und B im gleichen Stockwerk“ $= \{00, 10, 11, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33\}$
„Und“-Ereignis: Beide Ereignisse treten gleichzeitig ein, $E_1 \cap E_2$ (Schnittmenge),
z. B. $E_1 \cap E_2$ = „beide A und B möchten in den 2. Stock“ $= \{22\}$
„Oder“-Ereignis: E_1 oder E_2 (oder beide) treten ein, $E_1 \cup E_2$ (Vereinigungsmenge),
z. B. $E_1 \cup E_2$ = „A oder B (oder beide) möchten in den 2. Stock, d. h. mindestens einer möchte in den 2. Stock“ $= \{02, 12, 22, 32, 20, 21, 23\}$
Unmögliches Ereignis: Leere Menge $\{\}$, z. B. $E_3 \cap E_4$
Sicheres Ereignis: Ganz Ω, z. B. $E_4 \cup \overline{E_4}$
Elementarereignis: Einelementige Teilmenge (besteht nur aus einem Ergebnis), z. B. E_5

Wahrscheinlichkeiten
Für jedes Ereignis gibt man den Grad der Sicherheit an, mit dem man das Eintreten des Ereignisses erwarten kann: Zu jedem Ereignis E hat man eine Wahrscheinlichkeit $P(E)$ zwischen 0 und 100 % = 1.
Bei Laplace-Experimenten sind alle Elementarereignisse gleich wahrscheinlich: Es ist dann

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der für } E \text{ günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Betrachtet man obige Situation als Laplace-Experiment (was aber zu hinterfragen ist!), so ist
z. B. $P(E_5) = \frac{1}{16} = 0{,}0625 = 6{,}25\,\%$ $\qquad P(E_3) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$
$P(E_4) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\,\%$ $\qquad P(\overline{E_4}) = \frac{10}{16} = 0{,}625 = 62{,}5\,\% = 1 - P(E_4)$
Allgemein ist $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$.
Zum Zählen der Elemente von E bzw. Ω eignet sich ein Baumdiagramm oder das Zählprinzip ($\rightarrow$ grund55.pdf).
In obiger Situation ist z. B.
$|\Omega| = 4 \cdot 4$ (4 Wahlmöglichkeiten für Herrn A, 4 für Frau B),
$|E_3| = 4 \cdot 1$ (4 Mögl. für A, dann nur noch 1 für B, da sie das gleiche wie A wählen muss)

Zu den Begriffen relative Häufigkeit und Gesetz der großen Zahlen $\rightarrow$ grund65.pdf.