7. Klasse TOP 10 Grundwissen — 7

Terme umformen, Klammern auflösen — 04

Zusammenfassen von Termen

Nur gleichartige Terme können addiert werden! Gleichartig sind z. B. $3x$, $7x$, $-4x$, x oder a^3x^2, $-3a^3x^2$ (also gleiche Variablen in jeweils gleicher Potenz).

Beispiele: $x + 3x + 7x - 4x = (1 + 3 + 7 - 4)x = 7x$ (lies x als $1x$).

$x^3 - 7x + 4x = x^3 - 3x$ (Weitere Vereinfachung nicht möglich)

$2x - 3 + 8x - 5 - x + 1 = 2x + 8x - x - 3 - 5 + 1 = 9x - 7$

(Im ersten Schritt das jeweils davor stehende Vorzeichen mitnehmen! Lies $-x$ als $-1x$)

$2x + 3a^2x - 5ax^2 - 5ax - 6ax^2 - 6a^2x = 2x - 5ax - 3a^2x - 11ax^2$

(Es empfiehlt sich, während des Zusammenfassens die schon behandelten Glieder z. B. mit einem Punkt zu markieren)

Auflösen von Klammern: Einfache Klammern mit Vorzeichen

Das Vorzeichen vor der Klammer gilt für alle Summanden in der Klammer.

Beispiele: (1) $7 - (a - b) = 7 - a - (-b) = 7 - a + b$

(2) $7 + (a - b) = 7 + a - b$

Merke: Plusklammern (wie in (2)) können weggelassen werden.

Bei Minusklammern (wie in (1)) müssen die Rechenzeichen geändert werden.

Weiteres Beispiel: $7 - (-a - 3b) = 7 + a + 3b$

Auflösen von Klammern: Faktor bei der Klammer (ausmultiplizieren)

Jeder Summand in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert unter Berücksichtigung der Vorzeichen.

Beispiele: $17 + 3(a - b) = 17 + 3a - 3b$ $\qquad$ $17 - 3(-a - 4b) = 17 + 3a + 12b$

$17 - 3(a - b) = 17 - 3a + 3b$ $\qquad$ $17 - 3a(a + 2b) = 17 - 3a^2 - 6ab$

Vorsicht: $3(a \cdot b) = 3ab$ (in der Klammer keine Summe!)

Rechnen mit Potenzen: Beispiele: $x^2 \cdot x = x^3$, $\quad x^2 \cdot x^3 = (x \cdot x) \cdot (x \cdot x \cdot x) = x^5$

Umgekehrt: **Ausklammern**, d. h. „herausziehen“ gemeinsamer Faktoren („faktorisieren“).

Beispiele: $21x - 14y = 7(3x - 2y)$, $\quad 4x^3 + 2x = 2x(2x^2 + 1)$

Auflösen von Klammern: Klammer mal Klammer

Jedes Glied der ersten Klammer wird mit jedem Glied der zweiten Klammer multipliziert unter Berücksichtigung der Vorzeichen.

Beispiele: $(3a - 7)(b - 3) = 3ab - 9a - 7b + 21$

$3a$ mit b und mit (-3)

(-7) mit b und mit (-3)

$(3 - r - s)(r - s) = 3r - 3s - r^2 + rs - rs + s^2 = 3r - 3s - r^2 + s^2$

Steht vor den Klammern ein Minus, so setzt man zunächst beim Ausmultiplizieren Klammern (oder berücksichtigt das Minus gleich im Kopf):

Beispiel: $5r - (3 - r)(-s + t) = 5r - (-3s + 3t + rs - rt) = 5r + 3s - 3t - rs + rt$

Auflösen von Klammern: Mehrfache Klammern

Zuerst zwei Klammern ausmultiplizieren, die dritte abschreiben.

Beispiel: $(x-1)(2x-1)(x+x^2) = (2x^2-x-2x+1)(x+x^2) = (2x^2-3x+1)(x+x^2) =$
$2x^3 + 2x^4 - 3x^2 - 3x^3 + x + x^2 = 2x^4 - x^3 - 2x^2 + x$

Auflösen von Klammern: Schachtelklammern

Es bietet sich an, zuerst die innerste Klammer aufzulösen und jeweils zu vereinfachen.

Beispiel: $2b - [5a^2 - (2a^2 - b)] = 2b - [5a^2 - 2a^2 + b] = 2b - [3a^2 + b] = b - 3a^2$

Auflösen von Klammern: Quadrate: Jeweils Klammer mal Klammer ausschreiben.

Beispiele: $(x+7)^2 = (x+7)(x+7) = x^2+7x+7x+49 = x^2+14x+49$ (→ grund710.pdf)

$(3ab)^2 = 3^2a^2b^2 = 9a^2b^2$ (jeden Faktor potenzieren)

$\left(\frac{x^3}{3}\right)^2 = \frac{x^3}{3} \cdot \frac{x^3}{3} = \frac{x^6}{9}$