

Vorbemerkung: Das Thema „Binomische Formeln“ ist zwar im neuen Lehrplan in der 7. Klasse noch nicht vorgesehen. Wegen der Bedeutung im Rahmen des Terme-Vereinfachens es hier jedoch in den Grundwissens-Katalog aufgenommen.

Ausdrücke von der Art $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ oder $(a + b)(a - b)$ kann man ausmultiplizieren, indem man $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ schreibt und dann jeden Summanden der ersten Klammer mit jedem Summanden der zweiten Klammer multipliziert (siehe grund74.pdf). Man kann sich aber auch Rechnungen wie $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$ als fertige Formeln merken (binomische Formeln):

Vergiss nicht 2 mal „das Gemischte“!

$$(1) \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

a^2 und b^2 heißen quadratische Glieder,
 $2ab$ gemischtes Glied

b	ab	b^2
a	a^2	ab
	a	b

$$(3) \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (\text{Plusminusformel})$$

Beispiele:

- $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$
- $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$
- $(\frac{1}{2}a^2 - b^3)^2 = \frac{1}{4}a^4 - a^2b^3 + b^6$
- $(5x + 11)(5x - 11) = (5x)^2 - 11^2 = 25x^2 - 121$
- $(-x + 4)^2 = (4 - x)^2 = 16 - 8x + x^2$
oder $(-x + 4)^2 = (-x)^2 + 2 \cdot (-x) \cdot 4 + 16 = x^2 - 8x + 16$
- $(-x - 4)^2 = [(-1)(x + 4)]^2 = (-1)^2(x + 4)^2 = (x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$
oder $(-x - 4)^2 = (-x)^2 + 2 \cdot (-x) \cdot (-4) + (-4)^2 = x^2 + 8x + 16$

Beachte: Steht vor der Klammer ein Minus, so muss man Klammern setzen bzw. die Vorzeichen ändern:

- $a^2 - (a + n)(a - n) = a^2 - (a^2 - n^2) = a^2 - a^2 + n^2 = n^2$
- $a^2 - (a - 2n)^2 = a^2 - (a^2 - 4an + 4n^2) = 4an - 4n^2$

Hinweis:

Für Ausdrücke von der Sorte $(a + b)^3$ gibt es ebenfalls Formeln (nämlich $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$); wenn man sie nicht auswendig weiß, schreibt man sie zunächst als mehrfache Klammern:

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)^2(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b);$$

die letzte Klammer muss man dann noch „zu Fuß“ ausmultiplizieren.

Den umgekehrten Vorgang (Verwandlung von Summe bzw. Differenz, z. B. $a^2 \pm 2ab + b^2$, in ein Produkt, z. B. $(a \pm b)(a \pm b) = (a \pm b)^2$) nennt man **Faktorisieren** (siehe auch grund74.pdf).

Beispiele

(Kontrolle: Beim Ausmultiplizieren muss sich wieder der ursprüngliche Ausdruck ergeben):

- $4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)$
- $49x^2 - 28x + 4 = (7x)^2 - 28x + 2^2 = (7x - 2)^2$
- $6u^2 + 36uv + 54v^2 = 6(u^2 + 6uv + 9v^2) = 6(u + 3v)^2$