



# 13. Klasse TOP 10 Grundwissen

13

## Kernsätze

CC BY-SA: www.strobl-f.de/grund13k.pdf

Blatt auf DIN A 3 vergrößern, Karteikarten ausschneiden und Rückseite an Rückseite zusammenkleben!

<p><b>Integration</b> 121</p> <p>Wie berechnet man Integrale, z. B. <math>\int_{-1}^2 (4x - 7) dx</math>, <math>\int e^{-4x} dx</math>? Unterscheide Integralwert und Fläche!</p> <p>L131 Stammfkt. <math>F</math> (also mit <math>F' = f</math>) auswerten „Ober- minus Untergrenze“, z. B. <math>\int_{-1}^2 (4x - 7) dx = [2x^2 - 7x]_{-1}^2 = -6 - 8 = -14</math>, <math>\int e^{-4x} = -\frac{1}{4}e^{-4x} + C</math> Integral: Flächenbilanz ober-/unterhalb der <math>x</math>-Achse liegender Flächen</p>	<p><b>Integralfunktion, -anwendung</b> 122</p> <p>Wie berechnet man die Fläche <math>A</math> zwischen zwei Kurven, wie das Volumen von Rotationskörpern? Was besagt der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung?</p> <p>L132 <math>A</math>: „Ober- minus Unterkurve“: <math>V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx</math> Hdl: Die Ableitung der Integralfunktion <math>I(x) = \int_a^x f(t) dt</math> ergibt den Integranden: <math>I' = f</math>.</p>	<p><b>Normalverteilung</b> 123</p> <p>Welche Eigenschaften hat die Normalverteilungsdichte? Wo findet man Werte zu symmetrisch zum Mittelwert gelegene Flächen? <math>A = P_{\mu=1, \sigma=0,5}(1 &lt; X &lt; 1,5) = ?</math></p>  <p>L133 Fläche 1 unter der Kurve, Hochpunkt <math>(\mu   \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}})</math>, WP bei <math>x = \mu \pm \sigma</math>. Sigma-Regeln, z. B. <math>P( x - \mu  \leq \sigma) \approx 0,683</math> <math>A = \frac{0,683}{2} \approx 0,34</math></p>	<p><b>Geradengleichungen</b> 133</p> <p>Wie sind im Raum Geraden <math>g</math> gegeben? Wie die Gerade durch zwei Punkte <math>A, B</math>? Wie prüft man, ob <math>P</math> auf <math>g</math> liegt? Wie berechnet man den Abstand eines Punktes von einer Geraden?</p> <p>L134 <math>g: \vec{X} = \vec{A} + \lambda \vec{u}</math> mit Aufpunkt <math>A</math> und Richtungsvektor <math>\vec{u}</math>, <math>AB: \vec{X} = \vec{A} + \lambda(\vec{B} - \vec{A})</math>. <math>P</math> einsetzen, drei Gleichungen für gleiches <math>\lambda</math>. Fußpunkt als allg. Geradenpunkt ansetzen, <math>\vec{PF} \circ \vec{u} = 0</math>.</p>	<p><b>Ebenengleichungen, Kugeln</b> 135</p> <p>Wie sind Ebenen in Parameterform gegeben? Wie stellt man eine Ebene durch drei Punkte <math>A, B, C</math> auf? Wie lautet die Kugelgleichung für <math>k(M; r)</math>?</p> <p>L135 Aufpunkt <math>A</math> und zwei Richtungsvektoren <math>\vec{u}, \vec{v}</math>: <math>E: \vec{X} = \vec{A} + \lambda \vec{u} + \mu \vec{v}</math>. Drei-Punkte-Gleichung: <math>E: \vec{X} = \vec{A} + \lambda(\vec{B} - \vec{A}) + \mu(\vec{C} - \vec{A})</math>. Kugel: <math>(x_1 - m_1)^2 + \dots = r^2</math></p>
<p><b>Ebenen-Koord.form und HNF</b> 136</p> <p>Wie berechnet man aus <math>E: \vec{X} = \vec{A} + \lambda u + \mu v</math> die Koord.form <math>E: n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 = d</math>? Wie fällt man ein Lot von <math>P</math> auf <math>E</math>? Wie bestimmt man Hesse-Normalform und Abstand <math>d(P, E)</math>?</p> <p>L136 Normalvektor <math>\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}</math>, Ansatz <math>n_1 x_1 + \dots = d</math>, <math>A</math> einsetzen <math>\rightarrow d</math>. Lotgerade (Aufpunkt <math>P</math>, Richtungsvektor <math>\vec{n}</math>) mit <math>E</math> schneiden. HNF: Ebenengl. durch <math>\pm  \vec{n} </math> teilen, <math>d(P, E)</math>: Punkt in Term der HNF einsetzen.</p>	<p><b>Lagebeziehung Gerade – Gerade</b> 137</p> <p>Wie bestimmt man die gegenseitige Lage zweier Geraden? Wie gegebenenfalls den Schnittwinkel <math>\varphi</math>?</p> <p>L137 Richtungsvektoren parallel! • Falls ja: Aufpunkt der einen Geraden in die andere einsetzen <math>\rightarrow</math> identisch oder echt parallel. • Falls nein: Gleichsetzen <math>\rightarrow</math> Schnittpunkt oder windschief. <math>\cos \varphi = \frac{ \vec{u} \circ \vec{v} }{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }</math>.</p>	<p><b>Lagebeziehung Gerade – Ebene</b> 138</p> <p>Wie bestimmt man die gegenseitige Lage Gerade <math>g</math> – Ebene <math>E</math>? Wie ggf. den Schnittwinkel <math>\psi</math>? Von welcher „Bauart“ sind Achsenpunkte z. B. auf der <math>x_3</math>-Achse? Welche Gl. hat die <math>x_2 x_3</math>-Ebene?</p> <p>L138 Allg. Geradenpunkt in <math>E</math> einsetzen <math>\rightarrow</math> schneiden sich („<math>\lambda = \dots</math>“) bzw. Gerade in der Ebene („<math>0 = 0^*</math>“) bzw. echt parallel („<math>1 = 0^*</math>“). <math>\sin \psi = \frac{ \vec{u} \circ \vec{n} }{ \vec{u}  \cdot  \vec{n} }</math>. <math>A_3(0 0 x_3)</math>. <math>x_2 x_3</math>-Ebene: <math>x_1 = 0</math>.</p>	<p><b>Lagebeziehung Ebene – Ebene</b> 139</p> <p>Wie erkennt man die gegenseitige Lage zweier Ebenen? Wie bestimmt man gegebenenfalls die Schnittgerade <math>s</math> und den Schnittwinkel <math>\varphi</math>?</p> <p>L139 Normalvektoren parallel? <math>\rightarrow</math> Ebenen identisch oder echt parallel oder sich schneidend. <math>s</math>: Unterbest. Gl.system lösen (eine Variable „freier Wunsch“ <math>\lambda</math>, andere durch <math>\lambda</math> ausdrücken). <math>\cos \varphi = \frac{ \vec{n}_1 \circ \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1  \cdot  \vec{n}_2 }</math>.</p>	<p><b>Steckbriefaufgabe, Optimierung</b> 130</p> <p>Welcher Ansatz wird bei einer Funktion dritten Grades gemacht? Welche Gl. folgen z. B. aus „Nst <math>x = 1</math> Steigung <math>45^\circ</math>, <math>\text{Min}(0 -2)</math>“? Wie kann man bei Extremwertaufgaben vorgehen?</p> <p>L130 <math>f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d</math> <math>f'(1) = 0, f'(1) = \tan 45^\circ = 1</math>, <math>f(0) = -2, f'(0) = 0</math>. Extremwertaufg.: Zu optimierende Größe notieren, mit Nebenbedingungen alles durch eine Variable ausdrücken, Extrema suchen.</p>