



12. Klasse TOP 10 Grundwissen (alter LP)

12

Kernsätze

K

Integration	Wendepunkte, Integralfkten	$E(X)$, Binomialverteilung	Testen von Hypothesen	Geradengleichungen
121 Wie berechnet man Integrale, z. B. $\int_{-1}^2 (4x - 7) dx$? Wie ist ein solches Integral zu deuten? Wie berechnet man die Fläche A zwischen zwei Kurven?	122 Wie untersucht man eine Funktion auf Wendepunkte? Was besagt der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung?	123 Wie berechnet man allgemein Erwartungswerte? Für Binomialvert./Bernoullilikette: $E(X) = ?$, $V(X) = ?$, $P_{n=50, p=0,85}(X=48) = ?$, $P_{n=50, p=0,85}(X \geq 48) = ?$	124 Welche Vorgehensweise liegt bei Hypothesentests meist vor, z. B.: Die Vermutung „Trefferw. $p > 0,85$ “ soll auf 1 %-Niveau hochsignifikant „bewiesen“ werden bei Stichprobenlänge $n = 50$	125 Wie sind im Raum Geraden g gegeben? Wie die Gerade durch zwei Punkte A, B ? Wie prüft man, ob P auf g liegt? Wie berechnet man den Abstand eines Punktes von einer Geraden?
L121 Stammfunktion F (also mit $F' = f$) auswerten, „Ober- minus Unter- grenze“, z. B. $\int_{-1}^2 (4x - 7) dx = [2x^2 - 7x]_{-1}^2 = -6 - 8 = -14$. Flächenbilanz der ober-/unterhalb der x -Achse liegenden Flächen. 4. „Ober- minus Unter- kurve“	L122 $f''(x) = 0$ lösen und Vorzeichenbereiche betrachten ($f'' > 0$: linksgekrümmt), Stelle mit Krümmungswechsel ist WP. Hdl: Die Ableitung der Integralfunktion $I(x) = \int_a^x f(t) dt$ ergibt den Integranden: $I' = f$.	L123 $E(X) =$ „Summe Wert x_i mal W. $P(X = x_i)$ “ ($\rightarrow$ Merkhilfe). Bin. vert.: $E(X) = np$, $V(X) = npq$, $P_{\dots}(X=48) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \binom{50}{48} 0,85^{48} 0,15^2 = 0,01128$, $P_{\dots}(X \geq 48) = 1 - P_{\dots}(X \leq 47) = 1 - 0,9858 = 0,0142$ ($\rightarrow$ Tafel).	L124 $H_0: p \leq 0,85$, $H_1: p > 0,85$ Entscheidungsregel: H_0 ablehnen, falls Trefferzahl $k \geq k_0$, k_0 wird so bestimmt, dass $\alpha = P_{H_0}(H_0 \text{ abgelehnt}) = P_{n=50, p=0,85}(k \geq k_0) \leq 0,01$ (Stochastik-Tafel hier $\rightarrow k_0 = 49$).	L125 $g: \vec{X} = \vec{A} + \lambda \vec{u}$ mit Aufpunkt A und Richtungsvektor $\vec{u}$, $AB: \vec{X} = \vec{A} + \lambda(\vec{B} - \vec{A})$. P einsetzen, drei Gleichungen für gleiches λ . Fußpunkt als allg. Geradenpunkt ansetzen, $\vec{PF} \circ \vec{u} = 0$.
Ebenengleichungen	Ebenen-Normalenform und HNF	Lagebeziehung Gerade – Gerade	Lagebeziehung Gerade – Ebene	Lagebeziehung Ebene – Ebene
126 Wie sind Ebenen in Parameterform gegeben? Wie stellt man eine Ebene durch drei Punkte A, B, C auf?	127 Wie berechnet man aus $E: \vec{X} = \vec{A} + \lambda \vec{u} + \mu \vec{v}$ die Normalenform $E: n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 = d$? Wie fällt man ein Lot von P auf E ? Wie bestimmt man Hesse-Normalform und Abstand $d(P, E)$?	128 Wie bestimmt man die gegenseitige Lage zweier Geraden? Wie gegebenenfalls den Schnittwinkel φ ?	129 Wie bestimmt man die gegenseitige Lage Gerade g – Ebene E ? Wie ggf. den Schnittwinkel ψ ? Von welcher „Bauart“ sind Achsenpunkte z. B. auf der x_3 -Achse? Welche Gl. hat die $x_2 x_3$ -Ebene?	120 Wie erkennt man die gegenseitige Lage zweier Ebenen? Wie bestimmt man gegebenenfalls die Schnittgerade s und den Schnittwinkel φ ?
L126 Aufpunkt A und zwei Richtungsvektoren $\vec{u}, \vec{v}$: $E: \vec{X} = \vec{A} + \lambda \vec{u} + \mu \vec{v}$. Drei-Punkte-Gleichung: $E: \vec{X} = \vec{A} + \lambda(\vec{B} - \vec{A}) + \mu(\vec{C} - \vec{A})$.	L127 Normalvektor $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$, Ansatz $n_1 x_1 + \dots = d$, A einsetzen $\rightarrow d$. Lotgerade (Aufpunkt P , Richtungsvektor $\vec{n}$) mit E schneiden. HNF: Ebenengl. durch $\pm \vec{n} $ teilen, $d(P, E)$: Punkt in Term der HNF einsetzen.	L128 Richtungsvektoren parallel? • Falls ja: Aufpunkt der einen Geraden in die andere einsetzen $\rightarrow$ identisch oder echt parallel. • Falls nein: Gleichsetzen $\rightarrow$ Schnittpunkt oder windschief. $\cos \varphi = \frac{ \vec{u} \circ \vec{v} }{ \vec{u} \cdot \vec{v} }$.	L129 Allg. Geradenpunkt in E einsetzen $\rightarrow$ schneiden sich („ $\lambda = \dots$ “) bzw. Gerade in der Ebene („ $0 = 0^*$ “) bzw. echt parallel („ $1 = 0^*$ “). $\sin \psi = \frac{ \vec{u} \circ \vec{n} }{ \vec{u} \cdot \vec{n} }$. $A_3(0 0 x_3)$. $x_2 x_3$ -Ebene: $x_1 = 0$.	L120 Normalvektoren parallel? $\rightarrow$ Ebenen identisch oder echt parallel oder sich schneidend. s : Unterbest. Gl.system lösen (eine Variable „freier Wunsch“ λ , andere durch λ ausdrücken). $\cos \varphi = \frac{ \vec{n}_1 \circ \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }$.