

**Laplace-Verteilung**

Sind alle Ergebnisse eines Zufallsversuchs gleichwahrscheinlich, so ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses  $A$

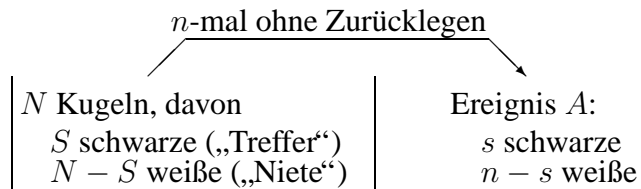
$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der für } A \text{ günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

( $\Omega$  ist dabei der Grundraum, der alle möglichen Versuchsergebnisse beschreibt, Ereignisse  $A$  sind Teilmengen von  $\Omega$ ). Berechnung der Anzahlen  $|A|$  bzw.  $|\Omega| \rightarrow$  TOP 10 K 12 Kombinatorik.

**Beispiel:** 3-mal Würfeln.  $A$ : „Drei verschiedene Augenzahlen“.  $P(A) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6^3} \approx 0,556 = 55,6 \%$

**Hypergeometrische Verteilung: Urnenexperiment Ziehen ohne Zurücklegen**

$$P(A) = \frac{\binom{S}{s} \binom{N-S}{n-s}}{\binom{N}{n}}$$



**Beispiel: Lottoformel**

$N = 49$  Kugeln, davon  $S = 6$ , die wir angekreuzt haben.  $n = 6$  Kugeln werden gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass genau  $s = 4$  richtige gezogen werden, ist dann

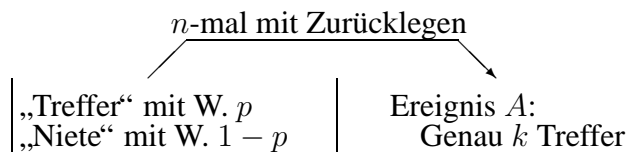
$$P(\text{„4 Treffer“}) = \frac{\binom{6}{4} \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{15 \cdot 903}{13\,983\,816} \approx 0,00097 = 0,097 \%$$

**Binomialverteilung: Urnenexperiment Ziehen mit Zurücklegen**

Ein Bernoulli-Experiment (zwei Versuchsausgänge: Treffer und Niete, Trefferwahrscheinlichkeit  $p$ ) wird  $n$ -mal unabhängig durchgeführt (Bernoulli-Kette der Länge  $n$  zum Parameter  $p$ ). Die Wahrscheinlichkeit, genau  $k$  Treffer zu erhalten, ist dann

$$B(n, p; k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

( $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ; Binomialverteilung  $\rightarrow$  Stochastik-Tafelwerk).



Die Wahrscheinlichkeit, **höchstens**  $k$  Treffer zu erhalten, ist

$$B(n, p; 0) + B(n, p; 1) + \dots + B(n, p; k) = \sum_{i=0}^k B(n, p; i)$$

(Verteilungsfunktion  $\rightarrow$  Stochastik-Tafelwerk)

**Beispiel:** Bei einer bestimmten Telefon-Gesellschaft kommen 65 % aller Telefongespräche beim ersten Wählen zustande. Jemand muss 10 Gespräche erledigen. Treffer: „kommt durch“,  $p = 0,65$ ,  $n = 10$ .

Betrachte  $A$ : „kommt genau einmal nicht durch“,  $B$ : „kommt mindestens fünfmal durch“.

$A$ : d. h. genau 9 Treffer:  $P(A) = B(10, 0,65; 9) = \binom{10}{9} \cdot 0,65^9 \cdot 0,35 = 0,07249$  (oder Tafel).

$B$ : Komplement  $\bar{B}$ : „höchstens vier Treffer“.  $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,09493 = 0,90507$  (Tafel)

**Rechenregeln für Und-, Oder- und Gegeneignisse**

- Sind  $A$  und  $B$  **unabhängige** Ereignisse, so gilt für das Ereignis  $A \cap B$  ( $A$  **und**  $B$  treten beide ein):  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- Bei Ereignissen  $A \cup B$  („ $A$  oder  $B$ “, d. h. mindestens eines von beiden) ist  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  allgemein,  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , falls  $A$  und  $B$  disjunkt sind („unvereinbar“, d. h. keine gemeinsamen Elemente)
- Vor allem bei Ereignissen  $A$  vom Typ „mindestens ein ...“ bietet sich an, das **Komplement**  $\bar{A}$  (Gegeneignis, „kein ...“) zu betrachten:  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ .