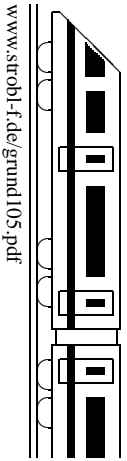


10. Klasse TOP 10 Grundwissen	10
Polynomdivision	05



Beispiel 1:

$$\underbrace{(x^3 - 6x^2 + 9x - 2)}_{\text{Dividend}} : \underbrace{(x - 2)}_{\text{Divisor}}$$

Die Polynome werden — wenn nicht schon geschehen — nach fallenden Potenzen geordnet. Man beginnt mit der Division der höchsten Potenzen von Dividend und Divisor, hier also $x^3 : x$. Das Ergebnis (hier x^2) schreibt man rechts vom Gleichheitszeichen an; dieses Ergebnis multipliziert man mit dem Divisor (hier also $x^2 \cdot (x - 2) = x^3 - 2x^2$) und notiert dies unter dem Dividenten.

Bis jetzt steht also da:

$$(x^3 - 6x^2 + 9x - 2) : (x - 2) = x^2 \dots$$

$$\underline{x^3 - 2x^2}$$

Da jetzt subtrahiert werden muss (hier $-(x^3 - 2x^2) = -x^3 + 2x^2$), ist es zweckmäßig, die Vorzeichen durch darüberschreiben zu ändern und dann zu rechnen:

$$(x^3 - 6x^2 + 9x - 2) : (x - 2) = x^2 \dots$$

$$\underline{-x^3 + 2x^2} \quad \downarrow$$

$$\quad \downarrow \quad \downarrow$$

Man rechnet

$$\underline{-6x^2 + 2x^2 = -4x^2} \quad \downarrow$$

↓ nächste Stelle herunterholen

$$\quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\quad \underline{-4x^2 + 9x}$$

Das Verfahren wird nun fortgesetzt (höchste Potenzen dividieren:

$-4x^2 : x = -4x$ anschreiben, dann mit Divisor multiplizieren: $-4x \cdot x = -4x^2$ und $-4x \cdot (-2) = +8x$ notieren), dann steht da:

$$(x^3 - 6x^2 + 9x - 2) : (x - 2) = x^2 - 4x \dots$$

$$\underline{-x^3 + 2x^2}$$

$$\quad \underline{-4x^2 + 9x}$$

$$\quad \underline{-4x^2 + 8x}$$

Wieder werden die Vorzeichen geändert, die entsprechende Rechnung durchgeführt (hier $9x - 8x = x$), die nächste Stelle heruntergeholt und abermals das ganze Verfahren durchgeführt, bis dasteht:

$$(x^3 - 6x^2 + 9x - 2) : (x - 2) = x^2 - 4x + 1$$

$$\underline{-x^3 + 2x^2}$$

$$\quad \underline{-4x^2 + 9x}$$

$$\quad \underline{+4x^2 - 8x}$$

$$\quad \quad \underline{x - 2}$$

$$\quad \quad \underline{-x + 2}$$

$$\quad \quad \quad \underline{0}$$

Bleibt Rest 0, so ist die Polynomdivision ist aufgegangen.

Beispiel 2: Division mit Rest

(Den Vorzeichenwechsel möge der Leser mit Farbstift in den jeweils unterstrichenen Zeilen selbst vornehmen)

$$(2x^5 + 6x^4 - x^3 + 4x^2 - 70) : (x + 3) = 2x^4 - x^2 + 7x - 21 - \frac{7}{x + 3}$$

$$\begin{array}{r} \underline{2x^5 + 6x^4} \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 0 - x^3 + 4x^2 \quad \swarrow \\ \underline{-x^3 - 3x^2} \quad \swarrow \\ \quad \underline{7x^2} \\ \quad \underline{7x^2 + 21x} \\ \quad \quad \underline{-21x - 70} \\ \quad \quad \underline{-21x - 63} \\ \quad \quad \quad \underline{-7} \end{array}$$

Man denke sich $0 \cdot x$